



Význačný americký psycholog William James ve svých slavných *Principech psychologie* (1890) uvedl jako třetí ze sedmi evolučních etap formování mentálních kategorií vznik smyslu pro čas, prostor a počet.¹ O času a prostoru existují knihovny knih, mně dnes půjde o ten počet. Asi se nikdy nedovíme, jak to v evoluci „opravdu“ bylo, můžeme jen spekulovat a hledat nepřímé argumenty.

Co vůbec znamená mít smysl pro počet? Rozumí se pro *počet něčeho*, což ještě neznamená znát *čísla jako taková* (k těm se dostanu). Rozlišujeme proto slova „počet“ a „číslo“ – Jamesovo anglické „number“ by mohlo

proč James kladl smysl pro rozdíl a podobnost až do další, čtvrté evoluční etapy).

Jak a kdy si člověk vytvořil pojem čísla jako něco, co úzce souvisí s počtem, avšak abstrahuje od toho, co je počítáno? Asi nejdřív musela vzniknout řeč, aby se dalo mluvit o obecných. Jen pro zajímavost: dodnes si některé jazyky (např. polynéské) zachovaly specifické číslovky podle typu počítaných věcí (zda jsou to plody pandánu, plody chlebovníku, chobotnice apod.).⁵ Ostatně i my máme své párky, tucty, kopy, mandele a veletucty. Chci si položit otázku zcela jiného typu. Jsme-li schopni přímo „vidět“ (malé) počty věcí, zdalipak jsme schopni nějak „vidět“ i abstraktní čísla?

Je pravda, že v naší kultuře jsme příliš v zajetí slov, symbolů a aritmetických operací. Čísla se nám skrývají za slovy (číslivkami) a symboly (číslivkami a jejich kombinacemi). Slyším „třicet šest“ a buď hned vidím „36“ (dvě číslice vedle sebe), nebo mi v duchu zazní „šest-krát-šest“ (zafixovalo se mi to na obecné škole v hodinách násobilky), nebo mě třeba i napadne formule „ $36 = 2^2 \cdot 3^2$ “ (jsem-li posedlý prvočíselnými rozklady). Kupodivu si (aspoň já) nepředstavím třeba čtverec z teček o šesti řádcích a šesti sloupcích nebo hranol z kostek, čtyři vodorovně, tři svisle a tři dozadu. Takovému geometrickému tvaru bychom si přece daleko lépe představovali, pamatovali, ba mohli si s nimi v duchu všelijak zajímavě hrát. Zkuste si třeba představit, že byste viděli čísla v podobě zprohýbaných linií jako na obrázku vlevo nahoře.⁶

Není vyloučeno, že taková schopnost tvarové reprezentace čísel je latentně ukryta kdesi hluboko pod hladinou vědomí, podobně jako schopnost rozpoznávat lidské tváře. Jenom ji neumíme používat. Nesmyslná fantazie, řeknete. Ne tak docela.

Nedávno u nás vyšlo druhé vydání známé knihy Olivera Sackse, v níž popisuje případ autistických, silně retardovaných dvojčat, která si dovedla hbitě vymýšlet a vzájemně sdělovat šestimístná prvočísla.⁷ Podle Sackse to dotáhla i na hodně větší prvočísla (až vznikl problém, jak je ověřovat – k údivu nám ovšem stačí i ta šestimístná). Důležité je, že dvojčata neznala elementární aritmetické operace, a také že z těch prvočísel měla evidentně potěšení.

Zůstane záhadou, co se dělo v myslích oněch dvojčat – jediné, co byla schopna říct, uže to nějak „prostě vidí“. Možná by se dalo uvažovat o jakési „aritmetice tvarů“. Zmínil jsem se o čísle 36 jako o čtverci z teček. Uvažujme teď libovolnou skupinu teček. Pokud se jí nepodaří přeskupit do tvaru obdélníka (který by nebyl jen řadou), odpovídal by počet teček prvočíslu. Stačí tedy schopnost – třeba i nevědomá – vhodně přeskupovat tečky a rozpoznávat obdélníky, nic není třeba počítat, pokud ovšem nechceme vědět, *kteřé* je to prvočíslu.

Vůbec si nemyslím, že právě toto dělala Sacksova dvojčata (už proto, že si ta prvočísla říkala). Chtěl jsem jen naznačit, jak by tvarové představy a manipulace s nimi mohly doplnit či nahradit aritmetické operace. ∞

Vidět počty a čísla

IVAN M. HAVEL

znamenat obojí.² Malé počty přímo „vidíme“: dvojtečku, trojnožku, čtyřhran, pěticípou hvězdu – aniž musíme tečky, nožky, hrany či cípy počítat. Kolem sedmi osmi se začínáme plést. Představuji si, že v živočišné říši se zprvu vyvinula schopnost vnímat malé počty (např. vajec, mláďat, členů tlupy) a možná i rozlišovat mezi tím, kdy je něčeho hodně a kdy je téhož mnohem víc (třeba zrní, včel). Až později, když už jsme dávno byli lidmi, jsme si vytvořili abstraktní představu čísla a ještě později jsme se naučili aritmetiku. Čísla se nám pak rozmnožila a většina z nich utekla za horizont.

O tom, že smysl pro počet je prastarý, svědčí experimenty se zvířaty. Množí se zprávy nejen o primátech, ale i o slonech, mločích, ptáčích, ba i rybkách a včelách, které dokázaly spolehlivě rozlišovat (malé) počty objektů.³ Favority jsou třídení kuřátka, která údajně dovedou odhalit, že $1 + 2$ je víc než $4 - 2$ nebo že $0 + 3$ je víc než $5 - 3$. Trochu jsem si o tom surfoval na webu a ukázalo se dvojí: (1) že vždy šlo o počty něčeho konkrétního (nikoliv tedy čísla) a (2) že se vždy testovalo rozlišení mezi větším a menším počtem. Ani slovo „počet“ není proto zcela vhodné, spíše jde o větší či menší „početnost“, což je vlastnost celých skupin, k níž není ani nutné znát přesný počet. Pravda, u malých skupin se početnost redukuje na počet, což mnohé autory svádí mluvit o aritmetickém, či dokonce matematickém nadání zvířat.

Snadno si lze představit, že cit pro početnost, či schopnost přímo vidět počty, mohla být u našich předků evolučně zvýhodněna, možná srovnatelně se schopností rozlišovat barvy, tvary a tváře.⁴ Všimněme si, že smysl pro počet již něco předpokládá, totiž smysl pro individualitu prvků v rámci skupiny a současně smysl pro ten typ podobnosti, který skupinu charakterizuje (je otázkou,

1) „Ideas of time and space and number“. W. James: *The Principles of Psychology*, Boston 1890, Chapter 28. Předchozí dvě etapy: (1) elementární druhy počítků a smysl pro vlastní aktivitu, (2) emoce, touhy, instinkty, smysl pro hodnotu, estetický smysl. (Jamesova kniha je přístupná skrze Wikipedii.)

2) Srov. též můj úvodník „1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, ...“ ve *Vesmíru* 74, 303, 1995/6.

3) Viz např. E. Callaway: *Animals that count: How numeracy evolved*, *New Scientist*, 23 June 2009.

4) Tato věta je mým skromným a jediným příspěvkem k současnému darwinovskému oslavám.

5) S. Beller, A. Bender: *The Limits of Counting: Numerical Cognition Between Evolution and Culture*, *Science* 319, 213-215, 2008.

6) Jde o reprezentaci čísla 6950425863, a to způsobem, který jsem si nedávno z hravosti vymyslel. Je ovšem třeba navíc znát tři pevné referenční body, které zde nejsou zakresleny.

7) O. Sacks: *Dvojčata. In: Muž, který si pletl manželku s kloboukem*, Dybbuk, Praha 2008. O Sacksových dvojčatech jsem se zde už kdysi zmínil (*Vesmír* 72, 423, 1993/8).